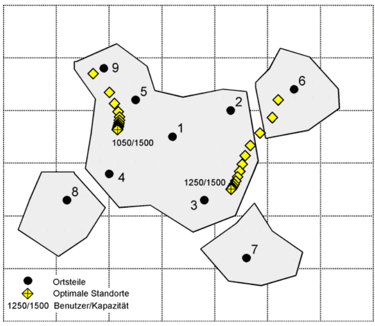
Modelle in der Raumplanung II



Klaus Spiekermann
Michael Wegener

6
Standorte öffentlicher Einrichtungen
19. Mai 2009

Lehrveranstaltung "Modelle in der Raumplanung" Sommer 2009

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Aufgabenstellung:

A. Bestimmung von ***Einzugsbereichen*** öffentlicher Einrichtungen (***Allocation***).

B. Bestimmung von ***optimalen Standorten*** für öffentliche Einrichtungen (**Location**).

Grundmodell:

1. Jeder Nutzer nutzt ***genau eine*** Einrichtung.
2. Die ***Zahl der Einrichtungen*** wird durch die Behörde festgelegt.
3. Die ***Zuordnung*** von Nutzern zu Einrichtungen erfolgt durch die Behörde.

Theorie

Einzugsbereiche öffentlicher Einrichtungen

Gegeben:
n Nachfrageorte *i* mit Nachfrage N_i
m Angebotsorte (Einrichtungen) *j*

Gesucht:
die ***Zuordnung*** aller Nutzer zur jeweils ***nächsten*** Einrichtung.

Zielfunktion:

$$\min_a \sum_i \sum_j a_{ij} N_i d_{ij} \quad \leftarrow \text{Entfernung zwischen } i \text{ and } j$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn die Nachfrage in } i \text{ dem Angebot in } j \text{ zugeordnet ist.} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Standorte öffentlicher Einrichtungen
auf einer ***Ebene*** (***ohne*** Netz)

Gegeben:
n Nachfrageorte *i* mit Nachfrage N_i und Koordinaten x_i, y_i

Gesucht:
m Angebotsorte (Einrichtungen) *j* und Koordinaten p_j, q_j

Zielfunktion:

$$\min_{a,p,q} \sum_i \sum_j a_{ij} N_i d_{ij}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn die Nachfrage in } i \text{ dem Angebot in } j \text{ zugeordnet ist.} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

mit

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - p_j)^2 + (y_i - q_j)^2}$$

Standorte öffentlicher Einrichtungen
auf einer ***Ebene*** (***ohne*** Netz)

A. ***Eine*** Einrichtung (*m* = 1)

Lösungsalgorithmus (Lösung immer optimal)*:*

(1) Wähle ***beliebigen*** Standort p_1, q_1.

(2) ***Berechne*** neues $p_1 = \sum_i \frac{N_i}{d_{i1}} x_i \Big/ \sum_i \frac{N_i}{d_{i1}}$

(3) ***Berechne*** neues $q_1 = \sum_i \frac{N_i}{d_{i1}} y_i \Big/ \sum_i \frac{N_i}{d_{i1}}$

(4) Gehe nach (2), bis keine ***Veränderung*** in p_1, q_1 mehr.

Quellen: Wilson und Kirkby (1975); Ottensmann (1985)

Standorte öffentlicher Einrichtungen
auf einer ***Ebene*** (***ohne*** Netz)

B. ***Mehrere*** Einrichtungen (*m* > 1)

Lösungsalgorithmus (Lösung nicht immer optimal)*:*

(1) Wähle beliebige ***Kombination*** von Standorten p_j, q_j.
(2) Ordne alle Nachfrageorte der ***nächsten*** Einrichtung zu.
(3) ***Berechne*** neue $p_j = \sum_i \frac{a_{ij} N_i}{d_{ij}} x_i \Big/ \sum_i \frac{a_{ij} N_i}{d_{ij}}$
(4) ***Berechne*** neue $q_j = \sum_i \frac{a_{ij} N_i}{d_{ij}} y_i \Big/ \sum_i \frac{a_{ij} N_i}{d_{ij}}$
(5) Gehe nach (3), bis keine ***Veränderung*** in p_j, q_j mehr.
(6) Gehe nach (2), bis keine ***Veränderung*** in p_j, q_j mehr.

Quellen: Wilson und Kirkby (1975); Ottensmann (1985)

Standorte öffentlicher Einrichtungen
in einem ***Netz***

Gegeben:
n Nachfrageknoten *i* mit Nachfrage N_i in einem Netz
Streckendaten (Anfangs-, Endknoten, Zeit, Kosten)
Liniendaten (Route, Abfahrtzeiten oder -frequenzen)

Gesucht:
m Einrichtungen an Knoten *j* mit Angebot W_j

Zielfunktion:

$$\min_{a,W} \sum_i \sum_j a_{ij} N_i c_{ij} \quad \leftarrow \text{Fahrtzeiten/kosten zwischen Knoten } i \text{ und Knoten } j$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{wenn die Nachfrage in } i \text{ dem Angebot in } j \text{ zugeordnet ist.} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Standorte öffentlicher Einrichtungen
in einem ***Netz***

Lösungsalgorithmus (Ergebnis nicht immer optimal):

(1) Berechne ***kürzeste Wege*** zwischen allen Knoten.

(2) Wähle beliebige ***Kombination*** von Standorten.

(3) Berechne Gesamtreisezeit/kosten von ***allen*** Nachfrageknoten zur jeweils ***nächsten*** Einrichtung.

(4) Ersetze jeden Einrichtungsstandort ***vorübergehend*** durch jeden nicht berücksichtigten Standort; berechne Gesamtreisezeit/-kosten nach (3); mache Tausch ***permanent***, wenn Ergebnis günstiger.

(5) Wiederhole (4), bis ein voller Durchlauf aller Knoten keine ***Verbesserung*** mehr bringt.

Quelle: Ottensmann (1985)

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Allgemeines Modell:

Welches Angebot W_j führt bei ***freier*** Wahl der Einrichtung durch die Nutzer zu ***minimalen*** Wegen?

$$\min_W \frac{1}{\beta} \sum_i \sum_j s_{ij} \ln s_{ij} + \sum_i \sum_j s_{ij} c_{ij}$$

mit (siehe Huff-Modell):

$$s_{ij} = \frac{W_j^{\alpha} \exp(-\beta c_{ij})}{\sum_j W_j^{\alpha} \exp(-\beta c_{ij})} N_i$$

Quellen: Leonardi (1981), Revelle (1987)

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Erweiterungen des Grundmodells

1. Nutzer nutzen ***mehrere*** Einrichtungen.
2. Nutzer ***wählen*** die zu nutzenden Einrichtungen ***selbst***.
3. Die Einrichtungen ***unterscheiden sich*** nach
   - ***Kapazität***,
   - ***Attraktivität***,
   - ***Nutzungsgebühren***,
   - ***Öffnungszeiten***,
   - usw.
4. Die ***Netzkapazität*** ist beschränkt.
5. Die ***Zahl*** der Einrichtungen ist ***flexibel***.

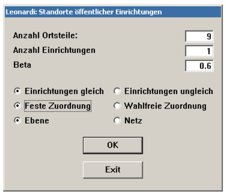
Modellbeispiel:
Standorte öffentlicher Einrichtungen

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Das Programm ***<Leonardi>*** ermittelt ***optimale Standorte*** für ***öffentliche Einrichtungen*** in einer ***fiktiven Stadt*** mit 23.000 Einwohnern in neun Ortsteilen.

Verfügbare ***Optionen***:

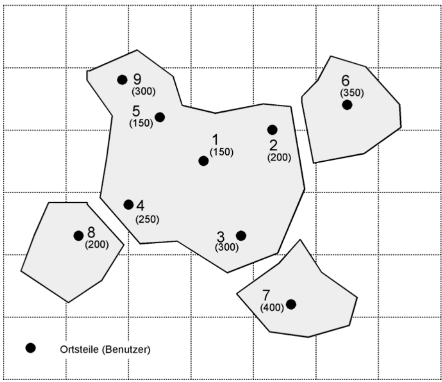
- Anzahl ***Ortsteile***
- Anzahl ***Einrichtungen***
- Raumwiderstand ***Beta***
- Einrichtungen ***gleich*** oder ***ungleich***
- ***feste*** oder ***wahlfreie*** Zuordnung
- ***Ebene*** oder ***Netz***



Das Programm wählt einen oder mehrere beliebige ***Anfangspunkte***, zeigt die gefundenen Standorte jeder ***Iteration*** und berechnet für den optimalen Standort die ***Summe aller Wege*** und den ***längsten Weg***.

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gegeben:
Eine Stadt mit neun Ortsteilen und 2.300 Benutzern

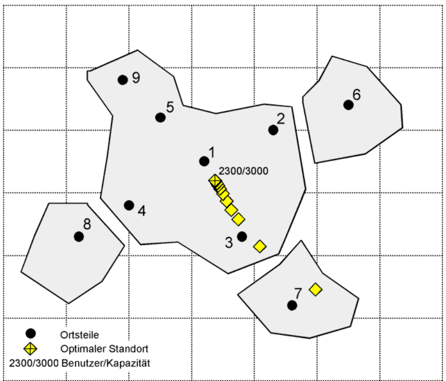


Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
eine Einrichtung ohne Netz mit Zuordnung zur nächsten Einrichtung

Summe Wege:
8.137 km/Tag
Längster Weg:
2,4 km

Das Ergebnis ist der Standort mit den insgesamt kürzesten Wegen

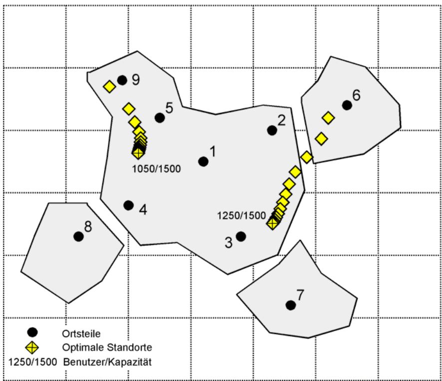


Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei Einrichtungen ohne Netz mit Zuordnung zur nächsten Einrichtung

Summe Wege:
5.875 km/Tag
Längster Weg:
2,2 km

Bei mehr Standorten ergeben sich kürzere Wege

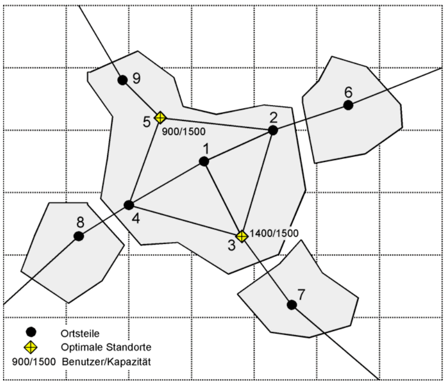


Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei Einrichtungen im Netz mit Zuordnung zur nächsten Einrichtung

Summe Wege:
6.801 km/Tag
Längster Weg:
3,0 km

Das Ergebnis sind Standorte in der Nähe der optimalen Standorte und längere Wege



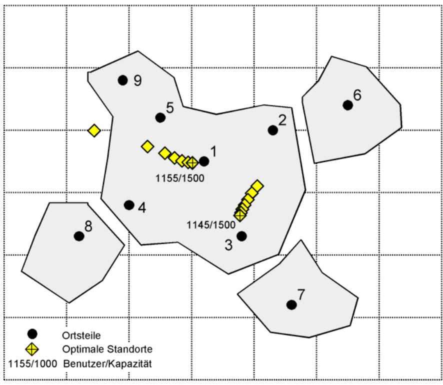
17

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei gleiche Einrichtungen ohne Netz mit wahlfreier Zuordnung
(β = 0,6)

Summe Wege:
7.921 km/Tag
Längster Weg:
3,2 km

Bei freier Wahl der Einrichtung ergeben sich zentralere Standorte und längere Wege



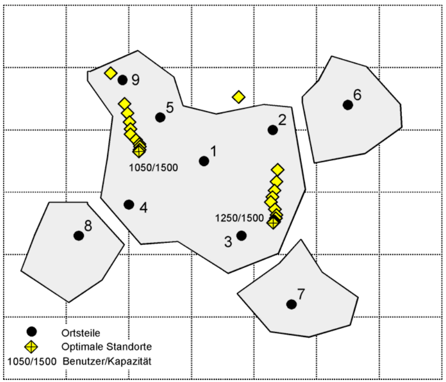
18

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei gleiche Einrichtungen ohne Netz mit wahlfreier Zuordnung
(β = 15)

Summe Wege:
5.875 km/Tag
Längster Weg:
3,2 km

Bei hohem β ist das Ergebnis identisch mit der Zuordnung zur nächsten Einrichtung



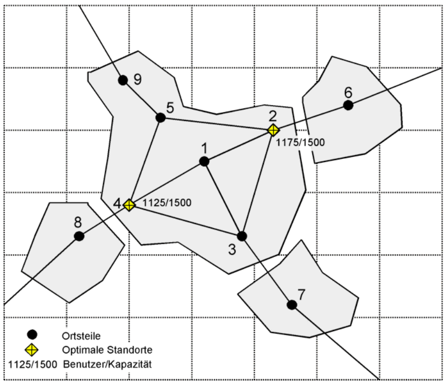
19

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei gleiche Einrichtungen im Netz mit wahlfreier Zuordnung
(β = 0,6)

Summe Wege:
8.425 km/Tag
Längster Weg:
3,8 km

Bei freier Wahl der Einrichtung werden andere Standorte optimal und die Wege länger



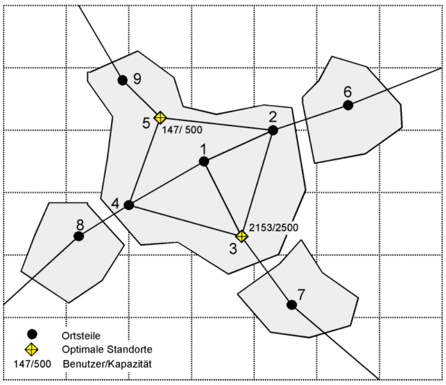
20

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
zwei ungleiche Einrichtungen im Netz mit wahlfreier Zuordnung
(β = 0.6)

Summe Wege:
9.438 km/Tag
Längster Weg:
4,7 km

Die attraktivere Einrichtung wird mehr besucht, und die Wege werden länger.



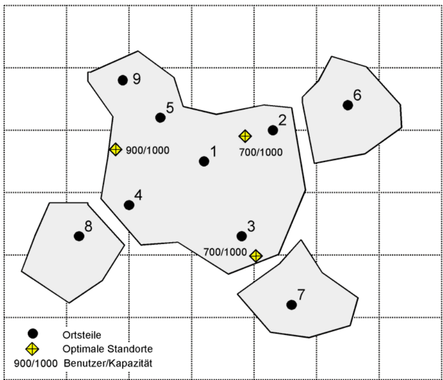
21

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Gesucht:
drei gleiche Einrichtungen ohne Netz mit Zuordnung zur nächsten Einrichtung

Summe Wege:
4.617 km/Tag
Längster Weg:
1,7 km

Mehrere kleine dezentrale Einrichtungen ergeben die kürzesten Wegelängen.



22

Standorte öffentlicher Einrichtungen

Fazit:

Die zunehmende Zentralisierung öffentlicher Einrichtungen in immer ***größeren Einheiten*** führt zu ***längeren*** Wegen.

Mehr und ***kleinere*** wohnungsnahe Einrichtungen resultieren in ***kürzeren***, zu ***Fuß*** oder mit dem ***Rad*** zurückzulegenden Wegen.

Die Anordnung öffentlicher Einrichtungen an Haltepunkten des ***schienengebundenen*** öffentlichen Personenverkehrs führt zu ***größeren*** Einrichtungen und ***längeren*** Wegen.

Größere ***Wahlfreiheit*** in der ***Nutzung*** der Einrichtungen führt zu ***zentralen*** Einrichtungen und ***längeren*** Wegen.

23

Weitere Informationen

Wilson, A.G., Kirkby, M.J. (1975): *Mathematics for Geographers and Planners*. Oxford: Clarendon Press (ZB, BR).

Leonardi, G. (1981): A unifying framework for public facility location problems. *Environment and Planning A* 13, 1001-1028 und 1085-1108 (BR).

Ottensmann, J.R. (1985): *BASIC Microcomputer Programs for Urban Analysis and Planning*. New York: Chapman and Hall (BR).

24